Ondas progresivas

Mecánicas y electromagnéticas

¿Qué es una onda?

- Ondas en un resorte
  https://www.youtube.com/watch?v=LlEpt8G0Hik

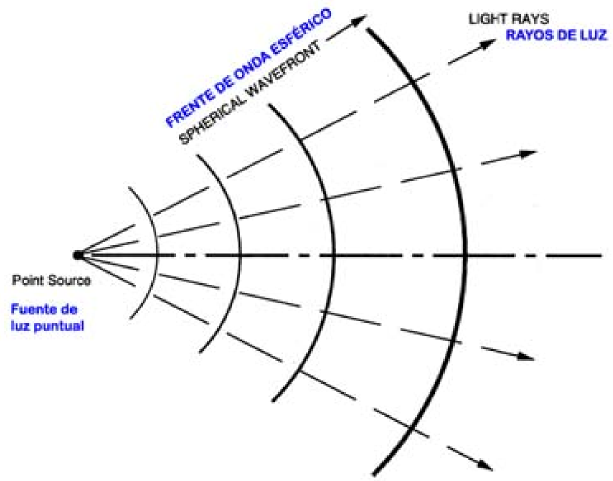
- Ondas superficiales en el agua
  https://www.youtube.com/watch?v=Yi3LW5riHfc&feature=emb_title

¿Qué es una onda?

- Una perturbación donde se transporta (o propaga) energía sin involucrar transporte de materia.

- Ondas
  - MECÁNICAS: propagación por la oscilación de las partículas en un medio elástico
  - ELECTROMAGNÉTICAS: propagación por la oscilación del campo electromagnético (luz)

- Representación
  - Rayo: indicando la dirección de la propagación
  - Frente de onda: indicando los puntos que tienen la misma perturbación



¿Qué es una onda?

- Según la velocidad de propagación y el tipo de oscilación:
  - Ondas transversales: la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de la propagación (Ej. sogas/cables, slinky, ondas en la superficie del agua y electromagnéticas)
  - Ondas longitudinales: la dirección de la oscilación es la misma dirección que la de propagación (Ej. slinky, sonido)

- Condiciones en las que se genera una perturbación:
  - Fuente: determina la frecuencia (f)
  - Medio: determina la velocidad de propagación (v_P)

IMPORTANTE: en Física I sólo trabajamos con perturbaciones armónicas

Ecuación de onda

- Cuando se plantea la dinámica de la perturbación (en ondas mecánicas)

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = v_P^2 \frac{d^2\psi}{dx^2}$$

- Siendo v_P la velocidad de propagación de la perturbación.

- La solución a esta ecuación podría ser:

$$\psi = A \cdot sen(kx \pm \omega t + \varphi)$$

A = Amplitud

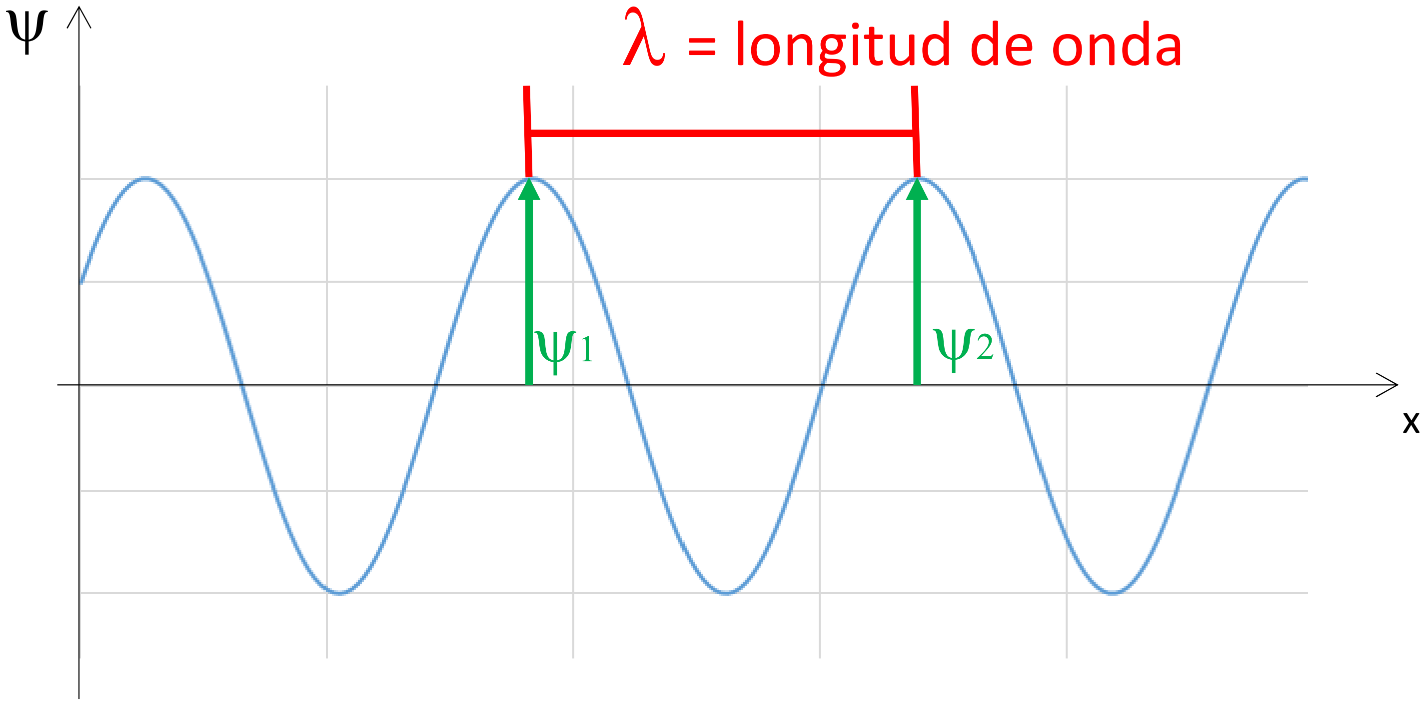
k = número de onda

ω=pulsación

φ= fase inicial

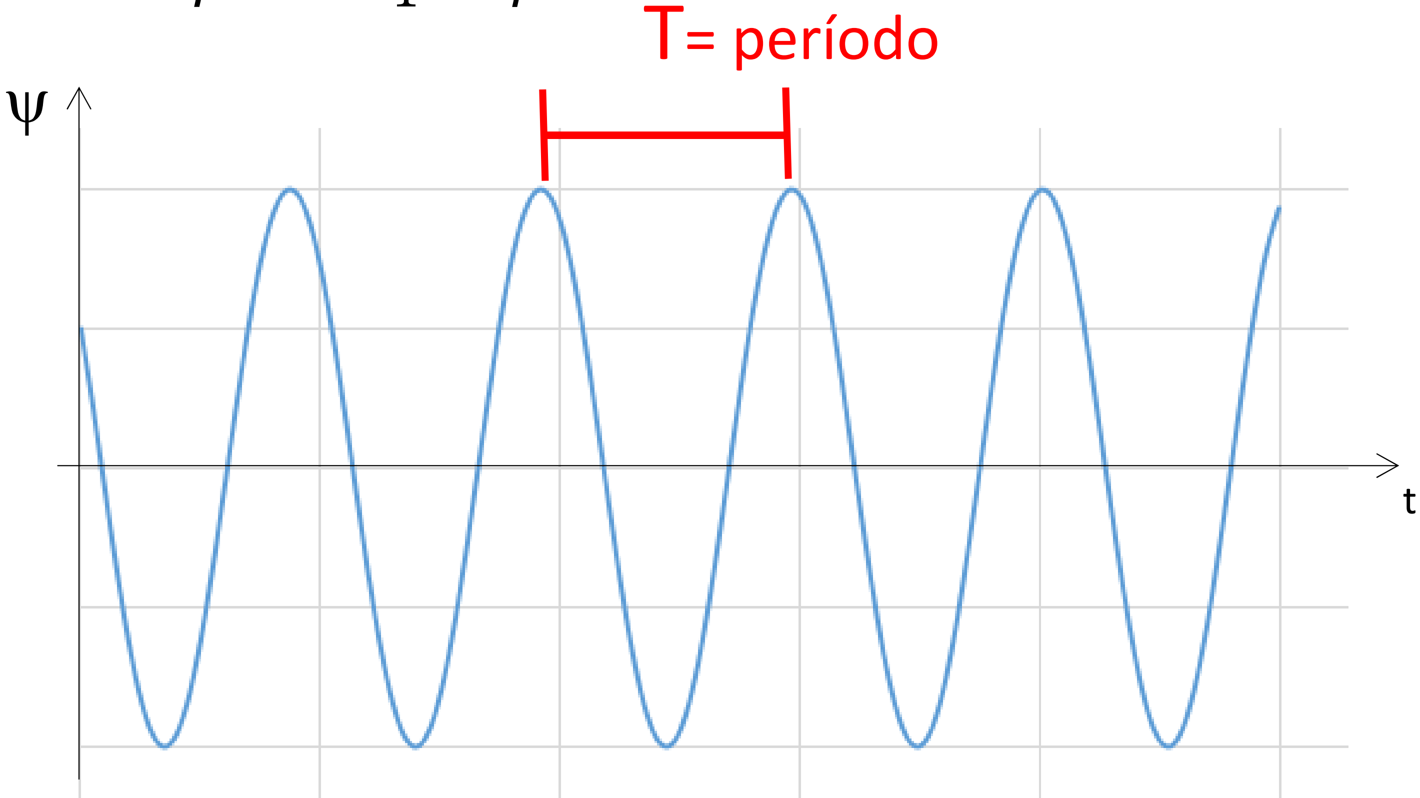
Gráficos de la solución de la ecuación de onda

- A tiempo fijo: foto de la perturbación en el espacio. $\psi = A \cdot sen(kx + \alpha)$, donde $\alpha = \pm\omega t_1 + \varphi$



Gráficos de la solución de la ecuación de onda

- A posición fija: movimiento de un punto en el tiempo. $\psi = A \cdot sen(-\omega t + \beta)$, donde $\beta = kx_1 + \varphi$



Ecuación de onda: Síntesis

- Considerando que la solución de la ecuación es:

$$\psi = A \cdot sen(kx \pm \omega t + \varphi)$$

- El signo:
  - - significa que la onda se propaga hacia los positivos
  - + significa que la onda se propaga hacia los negativos
- La pulsación (ω)
  - Depende de la fuente. El período $T = \frac{2\pi}{\omega}$ y la frecuencia $f = \frac{1}{T}$
- El número de onda (k)
  - La longitud de onda $\lambda = \frac{2\pi}{k}$
- La perturbación avanza (v_P) una longitud de onda en un período, entonces:

$$v_P = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Ver esto en distintas representaciones de la perturbación a tiempo fijo

Simulaciones

Son un recurso interesante para familiarizarse con las situaciones

- Curso interactivo de Física en Internet (Dr. Ángel Franco García – Universidad del País Vasco)
  - http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/ondas/armonico/armonico.html

- Phet (Universidad de Colorado)
  - https://phet.colorado.edu/sims/html/waves-intro/latest/waves-intro_es.html

6. Una onda sinusoidal transversal con $A = 5$ mm y $\lambda = 3,6$ m viaja de izquierda a derecha por un hilo estirado horizontal a $v = 24$ m/s. Tomar como origen el extremo izquierdo del hilo no perturbado. En $t = 0$ s, el extremo izquierdo del hilo está en el origen y se mueve hacia abajo.

a- Calcular la frecuencia y el número de onda

b- Escribir la ecuación de la onda

c- Escribir la ecuación de movimiento del extremo izquierdo del hilo

d- Escribir la ecuación de movimiento de una partícula ubicada a 0,9 m a la derecha del origen.

e- Calcular la velocidad transversal máxima de cualquier partícula del hilo

f- Calcular la velocidad y el desplazamiento de una partícula ubicada a 0,9 m a la derecha del origen para $t = 0,05$ s

a) Frecuencia y número de onda

$$v_p = \lambda \cdot f \quad \rightarrow \quad f = \frac{v_p}{\lambda} = \frac{24\,{}^{m}/_{s}}{3{,}6m} = \frac{20}{3}\,s^{-1}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3{,}6m} = \frac{5\pi}{9}\,m^{-1}$$

b) Escribir ecuación de onda

$$y = A \cdot sen(kx - \omega t + \varphi)$$

- $A = 5mm\ ;\ k = \frac{5\pi}{9} m^{-1}\ ;\ \omega = 2\pi \cdot f = \frac{40\pi}{3} s^{-1}$

$$y = 5mm \cdot sen\left(\frac{5\pi}{9} m^{-1} \cdot x - \frac{40\pi}{3} s^{-1} \cdot t + \varphi\right)$$

- φ?

b) Escribir ecuación de onda

φ?

Inicialmente está en el origen

- $y(x = 0m, t = 0s) = 0 = 5mm \cdot sen(\varphi) \quad \rightarrow \quad \varphi = 0 \text{ ó } \varphi = \pi$

Se mueve para abajo, entonces la velocidad es negativa.

- $v = \frac{dy}{dt} = -\frac{200\pi}{3}\frac{mm}{s} \cdot cos\left(\frac{5\pi}{9}m^{-1} \cdot x - \frac{40\pi}{3}s^{-1} \cdot t + \varphi\right)$
- $v(x = 0m, t = 0s) = -\frac{200\pi}{3}\frac{mm}{s} \cdot cos(\varphi) < 0 \quad \rightarrow \varphi = 0$

$$y = 5mm \cdot sen\left(\frac{5\pi}{9}m^{-1} \cdot x - \frac{40\pi}{3}s^{-1} \cdot t\right)$$

$$y = 5mm \cdot sen\left(\frac{5\pi}{9} m^{-1} \cdot x - \frac{40\pi}{3} s^{-1} \cdot t\right)$$

c) Ecuación de movimiento en el extremo izquierdo

$$y(x = 0) = 5mm \cdot sen\left(-\frac{40\pi}{3} s^{-1} \cdot t\right)$$

d) Ecuación de movimiento a 0,9m del extremo

$$y(x = 0{,}9m) = 5mm \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} - \frac{40\pi}{3} s^{-1} \cdot t\right)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = -\frac{200\pi}{3}\frac{mm}{s} \cdot cos\left(\frac{5\pi}{9}m^{-1} \cdot x - \frac{40\pi}{3}s^{-1} \cdot t\right)$$

e) Velocidad máxima de las partículas

$$si\ \cos(\alpha) = -1\ \rightarrow v = \frac{200\pi}{3}\frac{mm}{s}$$

f) Desplazamiento y velocidad 0,9m del extremo

$$y(x = 0{,}9m; t = 0{,}05s) = 5mm \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{3}\right) = 5mm \cdot sen\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$
$$= -2{,}5mm$$

$$v(x = 0{,}9m; t = 0{,}05s) = -\frac{200\pi}{3}\frac{mm}{s} \cdot cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{100\pi}{\sqrt{3}}\frac{mm}{s}$$

Velocidad de propagación

- La velocidad de propagación depende únicamente del medio. En perturbaciones:
  - Sogas/cables – Ondas transversales: $v_P = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, donde la densidad lineal es $\mu = \frac{M}{L}$ y considerando que la densidad es $\rho = \frac{M}{Vol} = \frac{M}{Sec \cdot L} = \frac{\mu}{Sec} \quad \rightarrow \quad \mu = \rho \cdot Sec$
  - Varillas/barras:
    - Ondas longitudinales : $v_P = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$, donde Y es el módulo de Young $Y = \frac{F/_{Sup}}{\Delta L/_{L}}$
    - Ondas transversales : $v_P = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$, donde G es el módulo de rigidez
  - Gases – Ondas longitudinales: $v_P = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$, donde B es el módulo volumétrico o de elasticidad.
    - $B = \frac{\Delta P}{-\Delta Vol/_{Vol}} = -Vol\,\frac{dP}{dVol}$. Considerando gas ideal (ver trabajo práctico – medición de velocidad del sonido donde $v_P = v_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot T}$ donde $v_0 \cong 330\, {}^{m}/_{s}$ y $\alpha = {}^{1}/_{273°C}$

9. Un cable de acero de 2 m de longitud y $5*10^{-4}$ m de radio cuelga del techo. (Despreciar el peso propio del cable)

a) Si se cuelga un cuerpo de 100 kg de masa del extremo libre, calcule el alargamiento del cable.

b) Determinar también el desplazamiento y la tracción hacia abajo en el punto medio del cable.

c) Determinar la velocidad de las ondas longitudinales y transversales que pueden viajar por el cable cuando el cuerpo está colgando del cable.

9.a)

- Datos
  - Tensión a la que está sometida es $T = 1000N$
  - Longitud del cable $L = 2m$
  - Sección del cable $Sec = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5 \cdot 10^{-4}m)^2 = 25\pi \cdot 10^{-8}m$
  - El cable es de acero $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3 \, {}^{kg}/_{m^3} \quad \rightarrow \mu = \rho \cdot Sec = 195\pi \cdot 10^{-5} \, {}^{kg}/_{m}$
  - El módulo de Young para el acero es: $\mathrm{Y} = 2 \cdot 10^{11} \, {}^{N}/_{m^2}$
  - El módulo de rigidez para el acero es: $\mathrm{G} = 0{,}8 \cdot 10^{11} \, {}^{N}/_{m^2}$

- ¿Qué significa el módulo de Young? $Y = \frac{{}^{F}/_{Sec}}{{}^{\Delta L}/_{L}}$

$$2 \cdot 10^{11} \, {}^{N}/_{m^2} = \frac{{}^{1000N}/_{25\pi \cdot 10^{-5}m}}{{}^{\Delta L}/_{2m}} \quad \rightarrow \quad \Delta L = 6{,}37 \cdot 10^{-6}m$$

9.b)

- Ahora $L' = \frac{L}{2} = 1m$
- Y considerando que la masa del cable es despreciable, la fuerza en ese punto medio sigue siendo 1000N.
- Entonces:

$$Y = \frac{F/_{Sec}}{\Delta L/_{L'}}$$

$$2 \cdot 10^{11}\, N/_{m^2} = \frac{1000N/_{25\pi \cdot 10^{-5}m}}{\Delta L/_{1m}} \quad \rightarrow \quad \Delta L = 3{,}18 \cdot 10^{-6}m$$

9.c)

- Ondas longitudinales

$$v_P = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}\ {}^{N}/_{m^2}}{7{,}8 \cdot 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}}} \cong 5000\,\frac{m}{s}$$

- Ondas transversales

$$v_P = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 10^{11}\ {}^{N}/_{m^2}}{7{,}8 \cdot 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}}} = 3200\,\frac{m}{s}$$

Ondas de sonido

- Considerando que la solución de la ecuación de onda (perturbación) es:

$$\psi = A \cdot sen(kx \pm \omega t + \varphi)$$

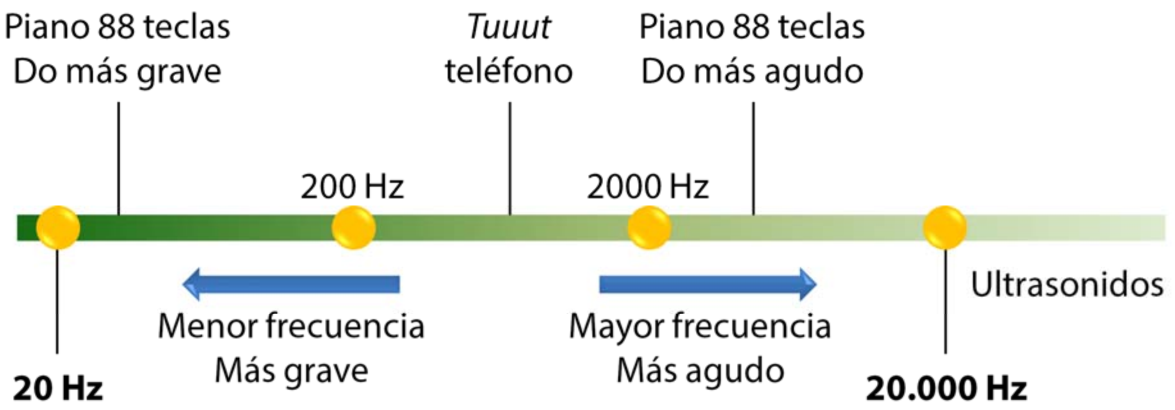
- Se puede hacer una equivalencia entre el desplazamiento de las partículas de aire y la diferencia de presión:

$$\Delta p = p_o \cdot cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

donde $p_o = A \cdot v_P \cdot \rho \cdot \omega$

Detectamos frecuencias

- Frecuencia de sonido



- Frecuencia de espectro electromagnético

Se usa longitud de onda considerando la velocidad de propagación de la luz en vacío.
Unidades de longitud de onda

nm=10^{-9}m

Å=10^{-10}m